Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования **«Национальный исследовательский университет ИТМО»**

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

**Домашнее задание №2**

**по дисциплине «Методы оптимизации»**

Вариант: **2**

**Преподаватель:**   
Кудашов Вячеслав Николаевич

**Выполнил:**

Барсуков Максим Андреевич

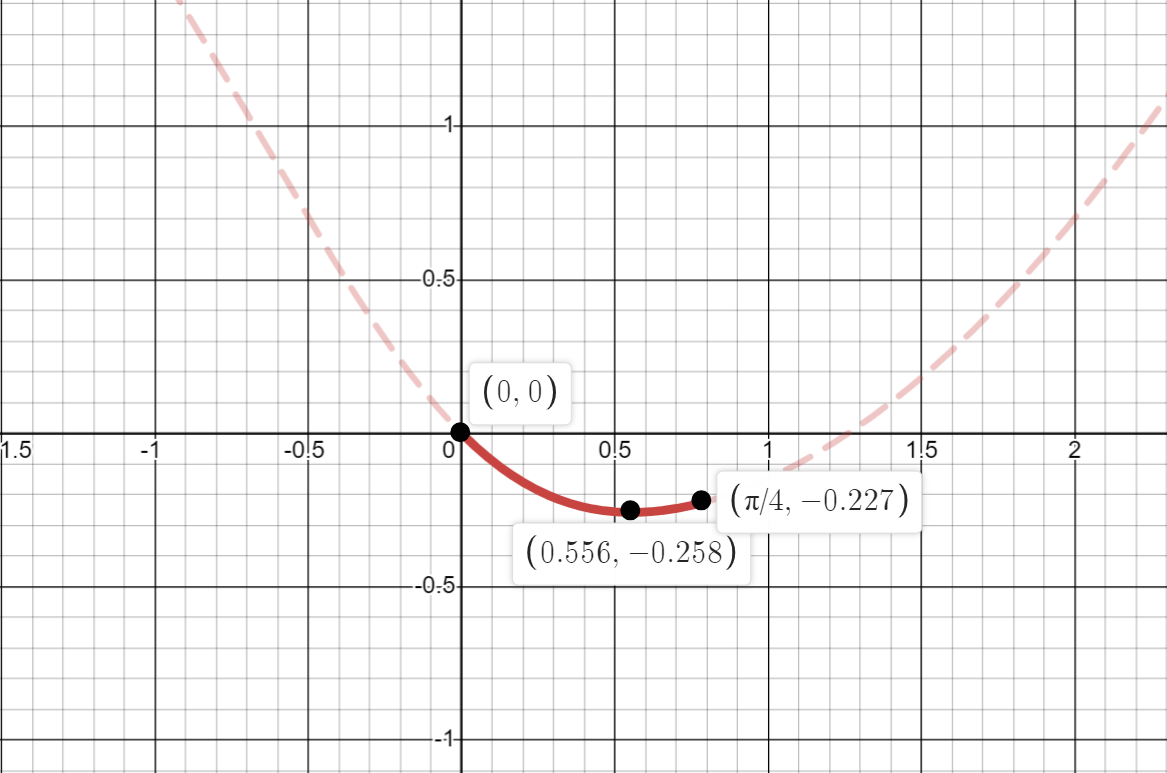
**Группа:** Р3215, 2.3

Санкт-Петербург, 2024

Цель работы: Решить задачу **тремя методами**: методом половинного деления, методом золотого сечения и методом Ньютона.

По **25 шагов** каждого метода выполнить вручную + написать программу по каждому методу на одном из языков программирования.

# 1. Решение вручную

Исходная функция:

1. **Вычисление по методу Ньютона:**

**Шаг 0:**

Начнем с середины заданного отрезка т.е. x0 = 0.39269908169872414.

**Шаг 1:**

Касательная к графику функции f '(x) в точке x1 пересекает ось Oy в точке x2 = 0.540007047432276.

Выберем это новой точкой. В ней f '(x2) = –0.021526883273964015.

**Шаг 2:**

Касательная к графику функции f '(x) в точке x2 пересекает ось Oy в точке x3 = 0.5557960959223451.

Выберем это новой точкой. В ней f '(x3) = –0.00022993356547418298.

**Шаг 3:**

Касательная к графику функции f '(x) в точке x3 пересекает ось Oy в точке x4 = 0.5559684104844275.

Выберем это новой точкой. В ней f '(x4) = –2.6994852020401083\*10-8.

**Шаг 4:**

Касательная к графику функции f '(x) в точке x4 пересекает ось Oy в точке x5 = 0.5559684307193964.

Выберем это новой точкой. В ней f '(x5) = –2.220446049250313\*10-16.

–2.220446049250313\*10-16 < 10-10 → |f '(x)| <= ε.

Минимум с заданной погрешностью ε = 10-10 найден.

**Минимум достигается в точке** xm = 0.5559684307193964.

**Значение в минимуме** ym = f (x5) = –0.25842556006023065.

1. **Вычисление по методу половинного деления:**

**Шаг 1:**

Рассматриваем отрезок [0; ].

x1 = 0.39269908164872414, x2 = 0.39269908174872414; y1 = -0.23926507952553752, y2 = -0.2392650795498792

y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0 до 0.39269908164872414.

b - a = 0.39269908174872414.

**Шаг 2:**

Рассматриваем отрезок [0.39269908164872414; 0.7853981633974483].

x1 = 0.5890486224730862, x2 = 0.5890486225730862; y1 = -0.2577064606497885, y2 = -0.2577064606454733

y1 ≤ y2 → Отсекаем конец отрезка: [x2; b], от 0.5890486225730862 до 0.7853981633974483.

b - a = 0.19634954092436208.

**Шаг 3:**

Рассматриваем отрезок [0.39269908164872414; 0.5890486225730862].

x1 = 0.49087385206090517, x2 = 0.4908738521609052; y1 = -0.25551376890704836, y2 = -0.2555137689161283

y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0.39269908164872414 до 0.49087385206090517.

b - a = 0.09817477051218104.

**Шаг 4:**

Рассматриваем отрезок [0.49087385206090517; 0.5890486225730862].

x1 = 0.5399612372669957, x2 = 0.5399612373669957; y1 = -0.258253395913527, y2 = -0.25825339591568586

y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0.49087385206090517 до 0.5399612372669957.

b - a = 0.04908738530609047.

**Шаг 5:**

Рассматриваем отрезок [0.5399612372669957; 0.5890486225730862].

x1 = 0.564504929870041, x2 = 0.564504929970041; y1 = -0.2583771399458687, y2 = -0.2583771399447364

y1 ≤ y2 → Отсекаем конец отрезка: [x2; b], от 0.564504929970041 до 0.5890486225730862.

b - a = 0.02454369270304524.

**Шаг 6:**

Рассматриваем отрезок [0.5399612372669957; 0.564504929970041].

x1 = 0.5522330835685183, x2 = 0.5522330836685183; y1 = -0.25841623723392554, y2 = -0.25841623723442525

y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0.5399612372669957 до 0.5522330835685183.

b - a = 0.01227184640152268.

**Шаг 7:**

Рассматриваем отрезок [0.5522330835685183; 0.564504929970041].

x1 = 0.5583690067192797, x2 = 0.5583690068192797; y1 = -0.2584217202842772, y2 = -0.2584217202839575

y1 ≤ y2 → Отсекаем конец отрезка: [x2; b], от 0.5583690068192797 до 0.564504929970041.

b - a = 0.006135923250761399.

**Шаг 8:**

Рассматриваем отрезок [0.5522330835685183; 0.5583690068192797].

x1 = 0.555301045143899, x2 = 0.555301045243899; y1 = -0.2584252628705626, y2 = -0.2584252628706517

y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0.5522330835685183 до 0.555301045143899.

b - a = 0.0030679616753807037.

**Шаг 9:**

Рассматриваем отрезок [0.555301045143899; 0.5583690068192797].

x1 = 0.5568350259315893, x2 = 0.5568350260315893; y1 = -0.25842505932282933, y2 = -0.25842505932271387

y1 ≤ y2 → Отсекаем конец отрезка: [x2; b], от 0.5568350260315893 до 0.5583690068192797.

b - a = 0.0015339808876903005.

**Шаг 10:**

Рассматриваем отрезок [0.555301045143899; 0.5568350260315893].

x1 = 0.5560680355377441, x2 = 0.5560680356377441; y1 = -0.25842555344279916, y2 = -0.2584255534427858

y1 ≤ y2 → Отсекаем конец отрезка: [x2; b], от 0.5560680356377441 до 0.5568350260315893.

b - a = 0.0007669904938450989.

**Шаг 11:**

Рассматриваем отрезок [0.555301045143899; 0.5560680356377441].

x1 = 0.5556845403408215, x2 = 0.5556845404408215; y1 = -0.2584255062944745, y2 = -0.2584255062945122

y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0.555301045143899 до 0.5556845403408215.

b - a = 0.0003834952969226091.

**Шаг 12:**

Рассматриваем отрезок [0.5556845403408215; 0.5560680356377441].

x1 = 0.5558762879392828, x2 = 0.5558762880392828; y1 = -0.25842555439667453, y2 = -0.2584255543966868

y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0.5556845403408215 до 0.5558762879392828.

b - a = 0.00019174769846130868.

**Шаг 13:**

Рассматриваем отрезок [0.5558762879392828; 0.5560680356377441].

x1 = 0.5559721617385134, x2 = 0.5559721618385134; y1 = -0.2584255600509452, y2 = -0.25842556005094464

y1 ≤ y2 → Отсекаем конец отрезка: [x2; b], от 0.5559721618385134 до 0.5560680356377441.

b - a = 9.587389923060297\*10-5.

**Шаг 14:**

Рассматриваем отрезок [0.5558762879392828; 0.5559721618385134].

x1 = 0.555924224838898, x2 = 0.555924224938898; y1 = -0.2584255587567121, y2 = -0.25842555875671797

y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0.5558762879392828 до 0.555924224838898.

b - a = 4.793699961536113\*10-5.

**Шаг 15:**

Рассматриваем отрезок [0.555924224838898; 0.5559721618385134].

x1 = 0.5559481932887057, x2 = 0.5559481933887057; y1 = -0.25842555978704174, y2 = -0.2584255597870443

y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0.555924224838898 до 0.5559481932887057.

b - a = 2.3968549807684703\*10-5.

**Шаг 16:**

Рассматриваем отрезок [0.5559481932887057; 0.5559721618385134].

x1 = 0.5559601775136096, x2 = 0.5559601776136096; y1 = -0.25842556001479505, y2 = -0.2584255600147962

y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0.5559481932887057 до 0.5559601775136096.

b - a = 1.1984324903790977\*10-5.

**Шаг 17:**

Рассматриваем отрезок [0.5559601775136096; 0.5559721618385134].

x1 = 0.5559661696260615, x2 = 0.5559661697260615; y1 = -0.25842556005682044, y2 = -0.25842556005682066

y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0.5559601775136096 до 0.5559661696260615.

b - a = 5.992212451899626\*10-6.

**Шаг 18:**

Рассматриваем отрезок [0.5559661696260615; 0.5559721618385134].

x1 = 0.5559691656822874, x2 = 0.5559691657822874; y1 = -0.25842556005987033, y2 = -0.25842556005987016

y1 ≤ y2 → Отсекаем конец отрезка: [x2; b], от 0.5559691657822874 до 0.5559721618385134.

b - a = 2.9961562258984387\*10-6.

**Шаг 19:**

Рассматриваем отрезок [0.5559661696260615; 0.5559691657822874].

x1 = 0.5559676676541745, x2 = 0.5559676677541745; y1 = -0.2584255600598422, y2 = -0.25842556005984235

y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0.5559661696260615 до 0.5559676676541745.

b - a = 1.4981281128978452\*10-6.

**Шаг 20:**

Рассматриваем отрезок [0.5559676676541745; 0.5559691657822874].

x1 = 0.5559684166682309, x2 = 0.5559684167682309; y1 = -0.25842556006023043, y2 = -0.2584255600602304

y1 ≤ y2 → Отсекаем конец отрезка: [x2; b], от 0.5559684167682309 до 0.5559691657822874.

b - a = 7.491140564530596\*10-7.

**Шаг 21:**

Рассматриваем отрезок [0.5559676676541745; 0.5559684167682309].

x1 = 0.5559680421612028, x2 = 0.5559680422612028; y1 = -0.2584255600601299, y2 = -0.25842556006012984

y1 ≤ y2 → Отсекаем конец отрезка: [x2; b], от 0.5559680422612028 до 0.5559684167682309.

b - a = 3.74607028286178\*10-7.

**Шаг 22:**

Рассматриваем отрезок [0.5559676676541745; 0.5559680422612028].

x1 = 0.5559678549076886, x2 = 0.5559678550076886; y1 = -0.25842556006000955, y2 = -0.25842556006000944

y1 ≤ y2 → Отсекаем конец отрезка: [x2; b], от 0.5559678550076886 до 0.5559680422612028.

b - a = 1.87353514147226\*10-7.

**Шаг 23:**

Рассматриваем отрезок [0.5559676676541745; 0.5559678550076886].

x1 = 0.5559677612809315, x2 = 0.5559677613809315; y1 = -0.25842556005993167, y2 = -0.25842556005993184

y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0.5559676676541745 до 0.5559677612809315.

b - a = 9.372675713326117\*10-8.

**Шаг 24:**

Рассматриваем отрезок [0.5559677612809315; 0.5559678550076886].

x1 = 0.55596780809431, x2 = 0.55596780819431; y1 = -0.258425560059972, y2 = -0.258425560059972

y1 ≤ y2 → Отсекаем конец отрезка: [x2; b], от 0.55596780819431 до 0.5559678550076886.

b - a = 4.6913378515256454\*10-8.

**Шаг 25:**

Рассматриваем отрезок [0.5559677612809315; 0.55596780819431].

x1 = 0.5559677846876208, x2 = 0.5559677847876208; y1 = -0.2584255600599521, y2 = -0.25842556005995226

y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0.5559677612809315 до 0.5559677846876208.

b - a = 2.3506689261765246\*10-8.

**Рассмотрено 25 шагов.**

2.3506689261765246\*10-8 > 2\*10-10 → b - a > 2ε, значит **минимума с заданной точностью** ε = 10-10 **найти за 25 шагов не удалось**. Достигнута точность 10-7.

Текущий минимум: xm = 0.5559677729842761.

**Значение в минимуме** ym = f (xm) = –0.25842556006023065.

1. **Вычисление по методу золотого сечения:**

**Шаг 1:**

Рассматриваем отрезок [a = 0; b = 0.7853981633974483].

x1 = 0.30002209841782523; x2 = 0.48537606497962305; y1 = -0.20935145713230702; y2 = -0.2549924940860797.

y1 ≥ y2 → a = 0.30002209841782523; x1 = x2. Пересчет y1 не требуется.

b - a = 0.48537606497962305.

**Шаг 2:**

Рассматриваем отрезок [a = 0.30002209841782523; b = 0.7853981633974483].

x1 = 0.48537606497962305; x2 = 0.5999845065752323; y1 = -0.2549924940860797; y2 = -0.25715865688989753.

y1 ≥ y2 → a = 0.48537606497962305; x1 = x2. Пересчет y1 не требуется.

b - a = 0.30002209841782523.

**Шаг 3:**

Рассматриваем отрезок [a = 0.48537606497962305; b = 0.7853981633974483].

x1 = 0.5999845065752323; x2 = 0.670789721801839; y1 = -0.25715865688989753; y2 = -0.2500696170654099.

y1 < y2 → b = 0.670789721801839; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.

b - a = 0.185413656822216.

**Шаг 4:**

Рассматриваем отрезок [a = 0.48537606497962305; b = 0.670789721801839].

x1 = 0.5562040818857096; x2 = 0.5999845065752323; y1 = -0.2584255230227785; y2 = -0.25715865688989753.

y1 < y2 → b = 0.5999845065752323; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.

b - a = 0.11460844159560923.

**Шаг 5:**

Рассматриваем отрезок [a = 0.48537606497962305; b = 0.5999845065752323].

x1 = 0.5291564896691457; x2 = 0.5562040818857096; y1 = -0.25794014797524845; y2 = -0.2584255230227785.

y1 ≥ y2 → a = 0.5291564896691457; x1 = x2. Пересчет y1 не требуется.

b - a = 0.07082801690608653.

**Шаг 6:**

Рассматриваем отрезок [a = 0.5291564896691457; b = 0.5999845065752323].

x1 = 0.5562040818857096; x2 = 0.5729282041171072; y1 = -0.2584255230227785; y2 = -0.2582351673531551.

y1 < y2 → b = 0.5729282041171072; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.

b - a = 0.04377171444796146.

**Шаг 7:**

Рассматриваем отрезок [a = 0.5291564896691457; b = 0.5729282041171072].

x1 = 0.545877284588267; x2 = 0.5562040818857096; y1 = -0.2583573226367282; y2 = -0.2584255230227785.

y1 ≥ y2 → a = 0.545877284588267; x1 = x2. Пересчет y1 не требуется.

b - a = 0.0270509195288402.

**Шаг 8:**

Рассматриваем отрезок [a = 0.545877284588267; b = 0.5729282041171072].

x1 = 0.5562040818857096; x2 = 0.5625947528570903; y1 = -0.2584255230227785; y2 = -0.2583963597555743.

y1 < y2 → b = 0.5625947528570903; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.

b - a = 0.016717468268823255.

**Шаг 9:**

Рассматриваем отрезок [a = 0.545877284588267; b = 0.5625947528570903].

x1 = 0.5522633574669575; x2 = 0.5562040818857096; y1 = -0.2584163878653694; y2 = -0.2584255230227785.

y1 ≥ y2 → a = 0.5522633574669575; x1 = x2. Пересчет y1 не требуется.

b - a = 0.010331395390132725.

**Шаг 10:**

Рассматриваем отрезок [a = 0.5522633574669575; b = 0.5625947528570903].

x1 = 0.5562040818857096; x2 = 0.5586481598180596; y1 = -0.2584255230227785; y2 = -0.258420775944091.

y1 < y2 → b = 0.5586481598180596; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.

b - a = 0.006384802351102059.

**Шаг 11:**

Рассматриваем отрезок [a = 0.5522633574669575; b = 0.5586481598180596].

x1 = 0.5547023519650786; x2 = 0.5562040818857096; y1 = -0.2584244902182002; y2 = -0.2584255230227785.

y1 ≥ y2 → a = 0.5547023519650786; x1 = x2. Пересчет y1 не требуется.

b - a = 0.0039458078529810425.

**Шаг 12:**

Рассматриваем отрезок [a = 0.5547023519650786; b = 0.5586481598180596].

x1 = 0.5562040818857096; x2 = 0.5571408612182208; y1 = -0.2584255230227785; y2 = -0.25842464364698847.

y1 < y2 → b = 0.5571408612182208; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.

b - a = 0.0024385092531422625.

**Шаг 13:**

Рассматриваем отрезок [a = 0.5547023519650786; b = 0.5571408612182208].

x1 = 0.5556338624997789; x2 = 0.5562040818857096; y1 = -0.25842548538376076; y2 = -0.2584255230227785.

y1 ≥ y2 → a = 0.5556338624997789; x1 = x2. Пересчет y1 не требуется.

b - a = 0.0015069987184419542.

**Шаг 14:**

Рассматриваем отрезок [a = 0.5556338624997789; b = 0.5571408612182208].

x1 = 0.5562040818857096; x2 = 0.556565187707776; y1 = -0.2584255230227785; y2 = -0.25842532258095735.

y1 < y2 → b = 0.556565187707776; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.

b - a = 0.0009313252079971024.

**Шаг 15:**

Рассматриваем отрезок [a = 0.5556338624997789; b = 0.556565187707776].

x1 = 0.5559896287292337; x2 = 0.5562040818857096; y1 = -0.2584255597604976; y2 = -0.2584255230227785.

y1 < y2 → b = 0.5562040818857096; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.

b - a = 0.0005702193859307148.

**Шаг 16:**

Рассматриваем отрезок [a = 0.5556338624997789; b = 0.5562040818857096].

x1 = 0.5558516863052044; x2 = 0.5559896287292337; y1 = -0.2584255509685609; y2 = -0.2584255597604976.

y1 ≥ y2 → a = 0.5558516863052044; x1 = x2. Пересчет y1 не требуется.

b - a = 0.0003523955805051493.

**Шаг 17:**

Рассматриваем отрезок [a = 0.5558516863052044; b = 0.5562040818857096].

x1 = 0.5559896287292337; x2 = 0.5560694667739566; y1 = -0.2584255597604976; y2 = -0.2584255532512636.

y1 < y2 → b = 0.5560694667739566; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.

b - a = 0.00021778046875220447.

**Шаг 18:**

Рассматриваем отрезок [a = 0.5558516863052044; b = 0.5560694667739566].

x1 = 0.5559348784442678; x2 = 0.5559896287292337; y1 = -0.25842555930930144; y2 = -0.2584255597604976.

y1 ≥ y2 → a = 0.5559348784442678; x1 = x2. Пересчет y1 не требуется.

b - a = 0.00013458832968882284.

**Шаг 19:**

Рассматриваем отрезок [a = 0.5559348784442678; b = 0.5560694667739566].

x1 = 0.5559896287292337; x2 = 0.5560180540320155; y1 = -0.2584255597604976; y2 = -0.25842555841771264.

y1 < y2 → b = 0.5560180540320155; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.

b - a = 8.317558774773026\*10-5.

**Шаг 20:**

Рассматриваем отрезок [a = 0.5559348784442678; b = 0.5560180540320155].

x1 = 0.5559666515187874; x2 = 0.5559896287292337; y1 = -0.25842556005811906; y2 = -0.2584255597604976.

y1 < y2 → b = 0.5559896287292337; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.

b - a = 5.475028496593204\*10-5.

**Шаг 21:**

Рассматриваем отрезок [a = 0.5559348784442678; b = 0.5559896287292337].

x1 = 0.5559557930531248; x2 = 0.5559666515187874; y1 = -0.25842555995369754; y2 = -0.25842556005811906.

y1 ≥ y2 → a = 0.5559557930531248; x1 = x2. Пересчет y1 не требуется.

b - a = 3.383567610892868\*10-5.

**Шаг 22:**

Рассматриваем отрезок [a = 0.5559557930531248; b = 0.5559896287292337].

x1 = 0.5559666515187874; x2 = 0.5559767035009602; y1 = -0.25842556005811906; y2 = -0.25842556001457967.

y1 < y2 → b = 0.5559767035009602; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.

b - a = 2.0910447835364998\*10-5.

**Шаг 23:**

Рассматриваем отрезок [a = 0.5559557930531248; b = 0.5559767035009602].

x1 = 0.555963780844198; x2 = 0.5559666515187874; y1 = -0.2584255600458084; y2 = -0.25842556005811906.

y1 ≥ y2 → a = 0.555963780844198; x1 = x2. Пересчет y1 не требуется.

b - a = 1.2922656762226481\*10-5.

**Шаг 24:**

Рассматриваем отрезок [a = 0.555963780844198; b = 0.5559767035009602].

x1 = 0.5559666515187874; x2 = 0.555971767046077; y1 = -0.25842556005811906; y2 = -0.25842556005280587.

y1 < y2 → b = 0.555971767046077; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.

b - a = 7.986201879028876\*10-6.

**Шаг 25:**

Рассматриваем отрезок [a = 0.555963780844198; b = 0.555971767046077].

x1 = 0.5559668315733157; x2 = 0.5559666515187874; y1 = -0.25842556005852485; y2 = -0.25842556005811906.

y1 < y2 → b = 0.5559666515187874; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.

b - a = 2.870674589483535\*10-6.

**Рассмотрено 25 шагов.**

2.870674589483535\*10-6 > 10-10 → b - a > ε, значит **минимума с заданной точностью** ε = 10-10 **найти за 25 шагов не удалось**. Достигнута точность 10-5.

Текущий минимум: xm = 0.5559677739451374.

**Значение в минимуме** ym = f (xm) = -0.25842556005994277.

# 2. Программное решение

constants.py

|  |
| --- |
| import math  A = 0  B = math.pi / 4  E = 10\*\*(-10) |

derivatives.py

|  |
| --- |
| from math import log, sin, cos  def f(x: float) -> float:      """Функция f."""      return log(1 + x\*\*2) - sin(x)  def f\_derivative\_1(x: float) -> float:      """Первая производная функции f."""      return (2\*x / (x\*\*2 + 1)) - cos(x)  def f\_derivative\_2(x: float) -> float:      """Вторая производная функции f."""      return sin(x) - ((2\*(x\*\*2 - 1)) / ((1 + x\*\*2)\*\*2))  F\_DERIVATIES = [      f,      f\_derivative\_1,      f\_derivative\_2,  ] |

golden\_ratio.py

|  |
| --- |
| from typing import Callable  GOLDEN\_RATIO\_1 = 0.382  GOLDEN\_RATIO\_2 = 0.618  def solve(f\_derivatives: list[Callable[[float], float]], \_a: float, \_b: float, e: float) -> tuple[float, float]:      f = f\_derivatives[0]      a = \_a      b = \_b      x1 = a + GOLDEN\_RATIO\_1 \* (b - a)      x2 = a + GOLDEN\_RATIO\_2 \* (b - a)      iteration = 1      while (b - a > e):          print(f"Шаг {iteration}:")          print(f"Рассматриваем отрезок [a = {a}; b = {b}].")          print(f"x1 = {x1}; x2 = {x2}; y1 = {f(x1)}; y2 = {f(x2)}.")          if f(x1) < f(x2):              print(f"y1 < y2 → b = {x2}; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.")              b = x2              x2 = x1              x1 = a + GOLDEN\_RATIO\_1 \* (b - a)          else:              print(f"y1 ≥ y2 → a = {x1}; x1 = x2. Пересчет y1 не требуется.")              a = x1              x1 = x2              x2 = a + GOLDEN\_RATIO\_2 \* (b - a)          print(f"b - a = {b - a}.\n")          iteration += 1      print(f"\nb - a < e. Минмум с заданной погрешностью ε = {e} лежит на середине данного отрезка.")      x\_m = (a + b) / 2      y\_m = f(x\_m)      print(f"Минимум в точке xm = {x\_m}.")      print(f"Значение в минимуме ym = {y\_m}.\n")      return x\_m, y\_m |

half\_division.py

|  |
| --- |
| from typing import Callable  def solve(f\_derivatives: list[Callable[[float], float]], \_a: float, \_b: float, e: float) -> tuple[float, float]:      f = f\_derivatives[0]      a = \_a      b = \_b      iteration = 1      while (b - a > 2 \* e):          print(f"Шаг {iteration}:")          print(f"Рассматриваем отрезок [{a}; {b}].")          x1 = (a + b - e) / 2          x2 = (a + b + e) / 2          y1 = f(x1)          y2 = f(x2)          print(f"x1 = {x1}, x2 = {x2}; y1 = {y1}, y2 = {y2}")          if y1 > y2:              print(f"y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от {a} до {x1}.")              a = x1          else:              print(f"y1 ≤ y2 → Отсекаем конец отрезка: [x2; b], от {x2} до {b}.")              b = x2            print(f"b - a = {b - a}.\n")          iteration += 1      print(f"\nb - a < 2ε. Минимум с заданной погрешностью ε = {e} лежит на середине этого отрезка.")      x\_m = (a + b) / 2      y\_m = f(x\_m)      print(f"Минимум в точке xm = {x\_m}.")      print(f"Значение в минимуме ym = {y\_m}.\n")      return x\_m, y\_m |

newton.py

|  |
| --- |
| from typing import Callable  def solve(f\_derivatives: list[Callable[[float], float]], a: float, b: float, e: float) -> tuple[float, float]:      f = f\_derivatives[0]      f\_d1 = f\_derivatives[1]      f\_d2 = f\_derivatives[2]      x = (a + b) / 2      print('Шаг 0:')      print(f'Начнем с середины заданного отрезка, т.е x0 = {x}.')      iteration = 1      while abs(f\_d1(x)) > e:          print(f'Шаг {iteration}:')          x = x - (f\_d1(x) / f\_d2(x))          print(f"Касательная к графику функции f'(x) в точке x{iteration} пересекает ось Oy в точке x{iteration+1} = {x}.")          print(f"Выберем это новой точкой. В ней f'(x{iteration + 1}) = {f\_d1(x)}.\n")          iteration += 1      print(f"\n|f'(x)| <= ε. Минимум с заданной погрешностью ε = {e} найден!")      print(f"Минимум достигается в точке xm = {x}.")      print(f"Значение в минимуме ym = {f(x)}.\n")      return x, f(x) |

main.py

|  |
| --- |
| from constants import A, B, E  from derivatives import F\_DERIVATIES  from methods.newton import solve as solve\_via\_newton\_method  from methods.golden\_ratio import solve as solve\_via\_golden\_ratio  from methods.half\_division import solve as solve\_via\_half\_division  METHODS = [      dict(          name='Вычисление по методу Ньютона',          func=solve\_via\_newton\_method,      ),      dict(          name='Вычисление по методу половинного деления',          func=solve\_via\_half\_division      ),      dict(          name='Вычисление по методу золотого сечения',          func=solve\_via\_golden\_ratio,      )  ]  def main():      for method in METHODS:          print(f'===========\n\n{method["name"]}:\n')          solve = method['func']          x\_m, y\_m = solve(F\_DERIVATIES, A, B, E)          print(f'x\_m = {x\_m}')          print(f'y\_m = f(x\_m) = {y\_m}')          print()  if \_\_name\_\_ == '\_\_main\_\_':      main() |

# Вывод

В ходе выполнения домашнего задания я научился находить минимум функции методами Ньютона, половинного деления и золотого сечения с использованием Python. В результате работы были найдены минимумы уравнений на отрезке с определенной точностью.